6 Funktionsgleichung

Die Gleichung $y = 27 - 3 \cdot (x - 6)^2$ wird mithilfe einer Tabellenkalkulation untersucht.

a) In welcher Zelle findest du den y-Wert für $x = 5$?
b) Für welche x-Werte wird $y = -21$?
c) Mit welcher Formel kann man den y-Wert in Zelle B2 berechnen?
d) Berechne ohne Tabellenkalkulation. Für welche x-Werte wird $y = 0$?

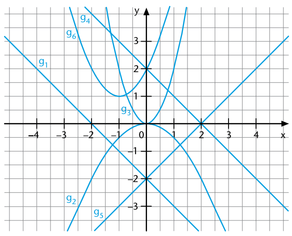
Zu a)
Der y-Wert zu $x = 5$ steht in Zelle **B7.**
Zu b)
Die Zellen A4 und A12 der Tabelle geben an:
$y = -21$ für $\mathbf{x = 2}$ und für $\mathbf{x = 10}$
Zu c)
Die Formel lautet **= 27 – 3 * (A2 – 6) ^2**
Zu d)
Hier setzt man für y den Wert 0 ein und bestimmt durch Umformen die x-Werte:

$$\begin{aligned} 27 - 3 \cdot (x-6)^2 &= 0 && \mid -27 \\ -3\,(x-6)^2 &= -27 && \mid :(-3) \\ (x-6)^2 &= 9, && \text{also} \\ x - 6 = -3 \quad &\text{oder} \quad x - 6 = 3 \\ \mathbf{x = 3} \quad &\text{oder} \quad \mathbf{x = 9} \end{aligned}$$

Die gesuchten x-Werte lauten **3** und **9.**

7 Graphen und Gleichungen

Ordne den Graphen (g_1, g_2, …) die zugehörige Funktionsgleichung zu.



$y = -0{,}5\,x^2$		$y = -2\,x^2$	
$y = x - 2$		$y = 2\,x^2$	
$y = -x - 2$		$y = -x + 2$	
$y = x^2 + 2x + 2$		$y = 0{,}5\,x^2$	

Die Geraden g_1, g_4 und g_5 haben Gleichungen der Form $y = mx + n$. Sie steigen bei $m > 0$ und fallen bei $m < 0$; die y-Achse schneiden sie an der Stelle n. Also gilt:
$\mathbf{g_1 \rightarrow y = -x - 2;\ g_4 \rightarrow -x + 2;\ g_5 \rightarrow x - 2}$

Die Parabeln g_2, g_3 und g_6 haben Gleichungen der Form $y = ax^2 + bx + c$. Sie schneiden die y-Achse an der Stelle c; bei $b = 0$ liegt der Scheitelpunkt auf der y-Achse. Bei $a > 0$ ($a < 0$) ist die Parabel nach oben (unten) geöffnet. Bei $|a| > 1$ ($|a| < 1$) ist sie steiler (flacher) als die Normalparabel. Also gilt:
$\mathbf{g_2 \rightarrow y = -0{,}5x^2;\ g_3 \rightarrow y = 2x^2;\ g_6 \rightarrow y = x^2 + 2x + 2}$

1 Für welche x-Werte wird $y = 0$?

a) $y = x\,(x - 1)$ b) $y = (x - 4)^2$

2 Löse die Gleichung.

a) $8 + (x - 3)^2 = 57$ b) $x^2 - 4x + 4 = 0$

3 Mithilfe einer Tabellenkalkulation wird die Gleichung $y = 8 - 2 \cdot (x - 2)^2$ untersucht.

◇	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
2	y	-24	-10	0	6	8	6	0	-10	-24

a) In welcher Zelle steht der x-Wert für $y = 0$?

b) Mit welcher Formel berechnet das Programm den Wert in Zelle F2?

c) Für welche x-Werte wird $y = 6$?

d) Berechne ohne Tabellenkalkulation die x-Werte für $y = 0$.

4 Arbeite mit der Gleichung $y = -2 \cdot (x - 1)^2 + 8$.

a) Welchen Wert hat y für $x = -2$?

b) Für welchen x-Wert wird $y = 0$?

5 Die Punkte P (6|0), Q (0|–3) und R (–2|–4) gehören zum Graphen einer linearen Funktion.

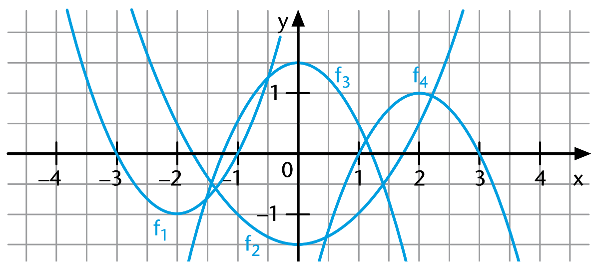
a) Zeichne den Graphen der Funktion.

b) Gib die zugehörige Funktionsgleichung an.

6 Ordne den Gleichungen die Graphen zu.

a) $y = (x + 2)^2 - 1$ c) $y = -(x - 2)^2 + 1$

b) $y = -x^2 + 1{,}5$ d) $y = 0{,}5x^2 - 1{,}5$



7 Skizziere die Graphen für $-3 \le x \le 3$.

a) $y = (x - 1)^2 - 2$ b) $y = -(x + 1)^2 + 2$

8 Was kannst du über den Verlauf des Graphen einer quadratischen Funktion der Form $y = a \cdot x^2$ mit $a < 0$ aussagen?

1 a) x = ____________ b) x = ____________

2 a) Lösung: ________ b) Lösung: ________

3 a) Zelle: _____ b) Formel: _____

TIPP: Jede Eingabe einer Formel im Tabellenkalkulationsprogramm beginnt mit einem Gleichheitszeichen!
Mit den folgenden Zeichen wird die Art der Berechnung (Operation) festgelegt:

Zeichen	Operation
+ (Pluszeichen)	addieren
– (Minuszeichen)	subtrahieren
* (Sternchen)	multiplizieren
/ (Schrägstrich)	dividieren
^ (Caretzeichen)	potenzieren

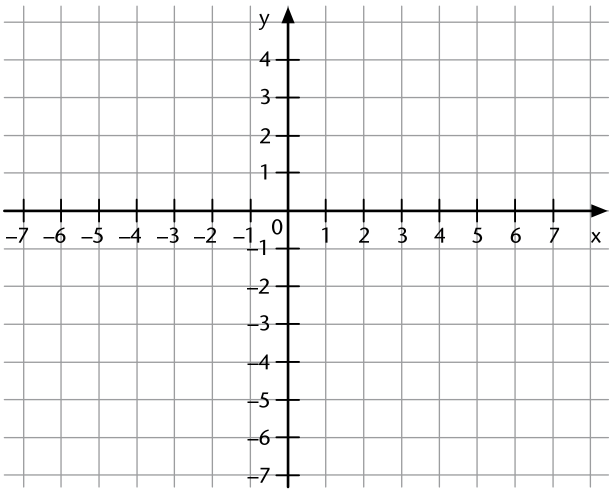
c) x-Wert für y = 6: ____________________

d) x-Wert für y = 0: ____________________

4 a) y = ____________ b) x = ____________

Nebenrechnungen:

5 a)



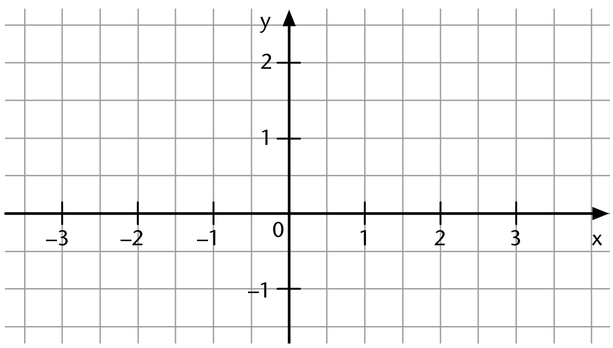
b) Funktionsgleichung:

____

6 a)

Funktionsgleichung	Graph
$y = (x + 2)^2 - 1$	
$y = -x^2 + 1{,}5$	
$y = -(x - 2)^2 + 1$	
$y = 0{,}5x^2 - 1{,}5$	

7

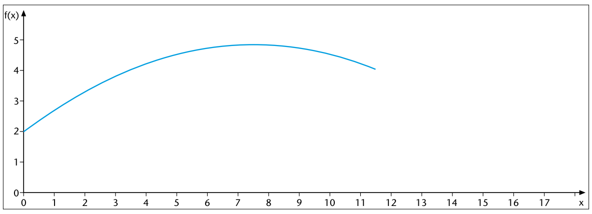


8 ____________________________________

____

30 Kugelstoßen

Hier siehst du den ersten Teil der Flugbahn einer gestoßenen Kugel (Maße in m).



a) Lies am Graphen ab:
   (1) Welche maximale Höhe erreichte die Kugel?
   (2) In welcher Höhe wurde die Kugel abgestoßen?
b) Die Flugbahn kann näherungsweise mit der Funktionsgleichung $f(x) = -0{,}05\,x^2 + 0{,}75\,x + 2$ beschrieben werden. Berechne die Kugelstoßweite und vervollständige die Flugbahn.

Zu a)
(1) Die Kugel erreichte eine **maximale Höhe von ungefähr 4,80 m,** also knapp 5 m. Diese Flughöhe ist bei einer Entfernung vom Kugelstoßer von etwa 7,50 m – über dem Boden gemessen – erreicht.

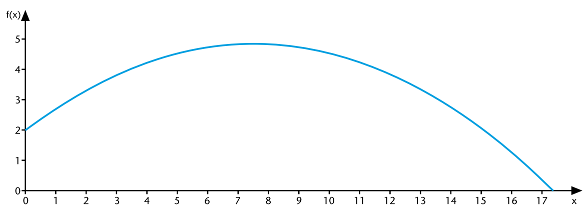
(2) Die Kugel verlässt die Hand des Kugelstoßers in einer **Höhe von 2 m** (Punkt auf der x-Achse).

Zu b)
Wenn die Kugel auf den Boden aufprallt, ist die Flughöhe f(x) = 0. Zu lösen ist also die quadratische Gleichung

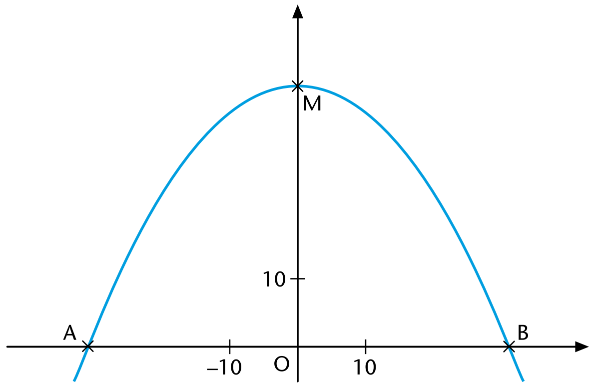
$$-0{,}05x^2 + 0{,}75x + 2 = 0 \qquad |\cdot(-20)$$
$$x^2 - 15x - 40 = 0$$
$$p = -15 \quad q = -40 \rightarrow x_{1/2} = 7{,}5 \pm \sqrt{7{,}5^2 + 40}$$
$$x_{1/2} = 7{,}5 \pm \sqrt{96{,}25}$$
$$x_1 \approx 17{,}31 \qquad (x_2 \approx -2{,}31)$$

Die Kugelstoßweite beträgt **17,31 m.**

Das ist die vollständige Flugbahn:



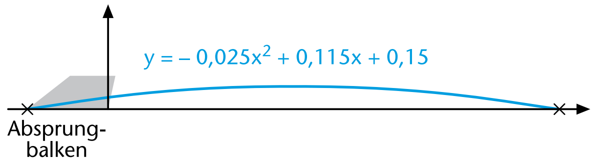
1 Ein Brückenbogen hat die Form einer Parabel mit der Gleichung $f(x) = -0{,}04x^2 + 38$



a) Wie lang ist die Strecke $\overline{OM}$?

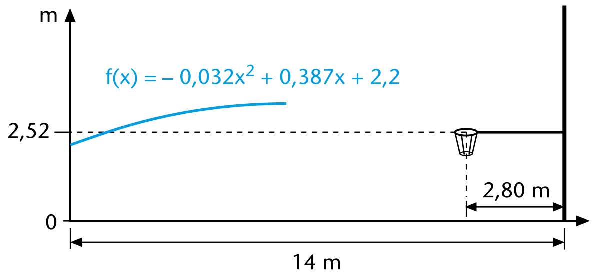
b) Wie lang ist die Strecke $\overline{AB}$?

2 Das ist die Flugbahn von Karstens Hacken bei seinem besten Weitsprung.

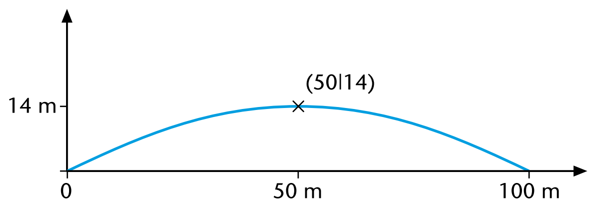


Wie weit ist Karsten gesprungen?
Gewertet wird nur die Entfernung vom Balken.

3 Elke versucht einen Korbwurf und verfehlt nicht seitwärts. Trifft sie? Begründe.



4 Das ist die Flugbahn eines Golfballes. Sie ist eine Parabel der Form $y = ax^2 + bx + c$.



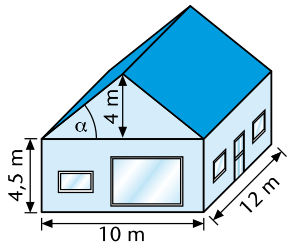
a) Wie groß ist c?

b) Berechne a und b mithilfe der Punkte (50 | 14) und (100 | 0).

c) Schreibe die Funktionsgleichung auf.

31 Haus mit Satteldach

Der Zeichnung kannst du die Außenmaße eines Einfamilienhauses entnehmen.



a) Berechne das Volumen des Hauses (umbauter Raum).
b) Wie groß ist die gesamte Dachfläche?
c) Berechne den Neigungswinkel a des Dachs.

Zu a)
Der untere Teil des Hauses ist ein Quader, der obere Teil ein Prisma.

$V_1 = a \cdot b \cdot c$ $\qquad$ $V_2 = G \cdot h$

$V_1 = 10\text{ m} \cdot 4{,}5\text{ m} \cdot 12\text{ m}$ $\qquad$ $V_2 = \frac{10\text{ m} \cdot 4\text{ m}}{2} \cdot 12\text{ m}$

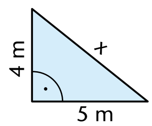
$V_1 = 540\text{ m}^3$ $\qquad$ $V_2 = 240\text{ m}^3$

$V = V_1 + V_2$

$V = 540\text{ m}^3 + 240\text{ m}^3 = 780\text{ m}^3$

Das Volumen des Hauses beträgt insgesamt **780 m³**.

Zu b)
Die Dachkante x wird mit dem Satz des Pythagoras berechnet.



$x^2 = 4^2 + 5^2$

$x^2 = 41$

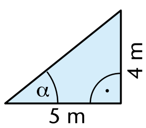
$x = \sqrt{41} = 6{,}4031...$

$x \approx 6{,}40\text{ m}$

$A = (6{,}40\text{ m} \cdot 12\text{ m}) \cdot 2 = 153{,}6\text{ m}^2$

Die gesamte Dachfläche ist **153,6 m²** groß.

Zu c)



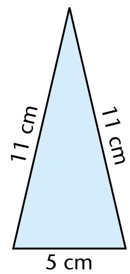
$\tan\alpha = \frac{4}{5}$

$\tan\alpha = 0{,}8$

$\alpha = 38{,}659...°$

Der Neigungswinkel des Daches beträgt rund **39°**.

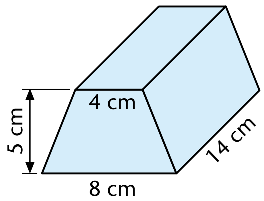
1 Abgebildet ist ein gleichschenkliges Dreieck.



a) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.

b) Berechne die Innenwinkel des Dreiecks.

2 Das Werkstück aus Eisen ist ein Prisma mit einem gleichschenkligen Trapez als Grundfläche.

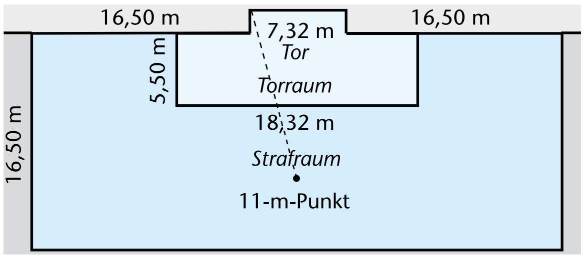


a) Berechne das Volumen des Werkstücks.

b) Berechne die Oberfläche des Werkstücks.

c) Berechne die Innenwinkel der Trapezfläche.

3 Abgebildet sind die Maße von Tor, Torraum und Strafraum eines Fußballfeldes. Das Tor ist 2,44 m hoch.



a) Wie groß ist der Strafraum eines Fußballfeldes außerhalb des Torraumes?

b) Vom Elfmeterpunkt wird ein Ball in gerader Linie gegen die obere linke Ecke geschossen, wo Pfosten und Latte zusammentreffen. Welchen Weg legt der Ball zurück?

c) Mit welchem Winkel hebt der Ball, dessen Weg in Teilaufgabe b) beschrieben ist, vom Boden ab?

4 Berechne Flächeninhalt und Umfang des Parallelogramms.